

## نصيحة

E قبل تعيين مرافق عدد مركب يجب التأكد أولاً أن الأعداد المعطاة مكتوبة على الشكل الجبري ثم نطبق تعريف مرافق عدد مركب

حل التمرين رقم 1 ?

(1) صحيح

(2) خاطئ

لنكتب العدد  $\frac{1+i}{2-i}$  على الشكل الجبري لدينا مرافق  $2-i$  هو  $2+i$  ومنه

$$\frac{1+i}{2-i} = \frac{2-1+3i}{5} = \frac{1+3i}{5} \quad \text{وبالتالي} \quad \frac{1+i}{2-i} = \frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{2+2i+i+i^2}{4-i^2}$$

إذاً الشكل الجبري للعدد  $\frac{1+i}{2-i}$  هو  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$  وبالتالي مرافقه هو  $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$

(3) خاطئ  $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im}(z)$

حل التمرين رقم 2 ?

انظر نتائج من التعريف

1/ مرافق العدد 3 (عدد حقيقي) هو : 3

2/ مرافق العدد  $\frac{1}{2+i}$  هو :  $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$

$\frac{1}{2+i}$  على الشكل الجبري: لدينا مرافق مقام هذا العدد هو  $2-i$  ومنه

$$\frac{1}{2+i} = \frac{(2-i)}{(2+i)(2-i)}$$

و  $\frac{(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{2-i}{4-i^2}$

ومنه  $\frac{1}{2+i} = \frac{2-i}{4-i^2} = \frac{2-i}{5}$  و  $4-i^2 = 4+1 = 5$

وبالتالي :  $\frac{1}{2+i} = \frac{2-i}{5}$

إذاً الشكل الجبري للعدد  $\frac{1}{2+i}$  هو  $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$

و مرافقه هو  $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$  إذاً  $\frac{1}{2+i} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$

3/ مرافق العدد  $(2-i)(3+i)$  هو :  $7+i$  لدينا

$(2-i)(3+i) = 6+2i-3i-i^2 = 6-i+1 \quad (i^2 = -1)$

إذاً مرافقه هو  $7+i$

## حل التمرين رقم 3

تعين مرافق لكل عدد من الأعداد المعطاة:  
الأعداد  $z_1, z_2, z_3$  و  $z_4$  مكتوبة على الشكل الجبري ومنه

$$\overline{z_1} = \overline{3+i} = 3-i$$

$$\overline{z_2} = \overline{2-3i} = 2+3i$$

$$\overline{z_3} = \overline{2i} = -2i$$

$$\overline{z_4} = 8$$

لنكتب أولاً  $z_5$  على الشكل الجبري

$$z_5 = 3i + i(9-7i) \quad \text{لدينا :}$$

$$= 3i + 9i + 7$$

$$z_5 = 7 + 12i \quad \text{أي :}$$

$$\overline{z_5} = 7 - 12i \quad \text{ومنه :}$$

لنكتب  $z_6$  على الشكل الجبري

$$z_6 = (2-i)(2+3i) \quad \text{لدينا :}$$

$$= (4 + 6i - 2i - 3i^2)$$

$$= 4 + 4i + 3$$

$$= 7 + 4i$$

$$z_6 = 7 + 4i \quad \text{أي :}$$

$$\overline{z_6} = 7 - 4i \quad \text{ومنه}$$

## حل التمرين رقم 4

1. كتابة  $\frac{2}{1+2i}$  على الشكل الجبري:

$$\frac{2}{1+2i} = \frac{2(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} \quad \text{لدينا مرافق مقام هذا العدد هو } 1-2i \text{ ومنه}$$

$$\frac{2(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{2-4i}{1-(2i)^2} = \frac{2-4i}{1+4} \quad \text{و}$$

$$\frac{2}{1+2i} = \frac{2-4i}{5} \quad \text{ومنه}$$

وبالتالي :

$$\frac{2}{1+2i} = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i \quad \text{إذ الشكل الجبري للعدد } \frac{1}{2+i} \text{ هو } \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$$

$$\overline{\left(\frac{2}{1+2i}\right)} = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i \quad \text{و مرافقه هو } \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i \quad \text{إذ } \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$$

2. كتابة  $\frac{2+i}{1-i}$  على الشكل الجبري:

$$\frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} \quad \text{لدينا مرافق مقام هذا العدد هو } 1+i \text{ ومنه}$$

$$\text{و } \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+3i}{2} \text{ لان } (1-i)(1+i)=1-i^2=2$$

$$\text{وبالتالي } \frac{2+i}{1-i} = \frac{1+3i}{2}$$

$$\text{أي } \frac{2+i}{1-i} = \frac{1}{2} + i\frac{3}{2}$$

$$\text{إذ الشكل الجبري للعدد } \frac{2+i}{1-i} \text{ هو } \frac{1}{2} + i\frac{3}{2}$$

$$\text{و مرافقه هو } \frac{1}{2} - i\frac{3}{2}$$

$$\text{إذ } \overline{\left(\frac{2+i}{1-i}\right)} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

### حل التمرين رقم 5

**إرشاد :** انظر نتائج من التعريف

$z$  عدد مركب من بين الأعداد التالية عين الأعداد الحقيقية و عين الأعداد المركبة التخيلية الصرفة.

لنضع  $z=x+iy$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان حقيقيان ومنه  $\overline{z}=x-iy$

$$(أ) \text{ لدينا } 1 - z\overline{z} = 1 - (x+iy)(x-iy)$$

$$\text{ومنه } 1 - z\overline{z} = 1 + x^2 + y^2$$

$$\text{إذ } 1 - z\overline{z} \text{ عدد حقيقي}$$

$$(ب) \text{ لدينا } z^2 = (x+iy)^2$$

$$\text{ومنه } z^2 = (x^2 - y^2) + i(2xy)$$

$$\text{إذ } z^2 \text{ ليس حقيقي و ليس تخيلي صرف}$$

$$(ج) \text{ } iz^2(i\overline{z})^2 = iz^2i^2(\overline{z})^2 = -iz^2\overline{z}^2$$

$$\text{ومنه } -iz^2\overline{z}^2 = -i(z\overline{z})^2 = -i(x^2 + y^2)$$

$$\text{وبالتالي } iz^2(i\overline{z})^2 = -i(x^2 + y^2)$$

$$\text{إذ } iz^2(i\overline{z})^2 \text{ عدد تخيلي صرف}$$